

### Domácí úkol č. 11

**Pozn:** Příklady 1.– 6. jsou hodnoceny 10 body, příklady 7.–8. jsou hodnoceny 20 body. Odpověď ANO (resp. NE) musí být **zdůvodněna**, jinak je hodnocena 0 body.

**Pozn:** Doporučený čas pro řešení je **60 minut**. Kalkulačka může být použita.

#### Příklady

1. Vypočtete:

$$\int_0^{\pi} (2x - 1) \sin x \, dx.$$

2. Vypočtete:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} + \arctg x}}{1 + x^2} \, dx.$$

3. Vypočtete:

$$\int \frac{10}{x^2 - 25} \, dx.$$

4. Napište Taylorův polynom druhého stupně  $T_2$  pro funkci

$$f(x) = e^{3x}$$

v bodě  $x_0 = 0$ . Pomocí  $T_2$  přibližně vypočtete hodnotu  $e^{0.3}$ .

5. Jsou funkce  $F(x) = \arctg x$  a  $G(x) = \pi - \operatorname{arccotg} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  primitivní k téže funkci?
6. Rozhodněte zda funkce  $f(x) = \sqrt[3]{\ln x + 1}$ ,  $x \in (\frac{1}{2}; \infty)$  je řešením diferenciální rovnice  $6y' \cdot y^2 - \frac{1}{x} = 0$  a zda splňuje počáteční podmínku  $y(1) = 2$ .
7. Nakreslete obrazce, které jsou ohraničeny grafem funkce  $f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$ ,  $x \in \langle \frac{1}{2}; 4 \rangle$ , osou  $x$  a přímkami  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = 4$ . Vypočtete plošný obsah těchto obrazců.
8. Určete počet kořenů rovnice

$$\ln \frac{x}{2} - (x - 3)^2 = 0$$

Pro nejmenší kořen  $\alpha$  této rovnice stanovte separační interval délky jedna. Na tomto intervalu ověřte předpoklady Newtonovy metody pro tuto rovnici a pak vypočtete první aproximaci kořene  $\alpha$  Newtonovou metodou.