

Domácí úkol č. 12

Definice a věty

1. Zaveďte pojem řádkový a sloupcový vektor. Zaveďte pojem matice typu (n, m) . Diskutujte jednotlivé typy vektorů jako speciální případy této matice.
2. Zaveďte násobení matice skalárem, vektorem a maticí. Vždy zleva i zprava. Diskutujte komutativnost těchto operací a rozměr výsledku.
3. Vyslovte větu o vlastnostech transponování matic.
4. Definujte hodnotu matice, $h(\mathbf{A})$, a pojem lineární nezávislost systému vektorů. Popište souvislost mezi hodnotami matice a lineární nezávislostí.
5. Definujte pojmy dimenze a báze lineárního prostoru. Shrňte do několika vět souvislost mezi těmito dvěma pojmy a popište v jakém vztahu jsou k řešení lineárních diferenciálních rovnic a k prostoru všech řešení takových úloh.

Příklady

1. Napište libovolnou bázi prostoru \mathcal{R}^4 , která obsahuje vektor $(0, 1, 1, 1)$ a vyjádřete vektor $\vec{a} = (2, -2, 1, -3)$ pomocí této báze.
2. Určete dimenzi nejmenšího podprostoru prostoru \mathcal{R}^5 , ve kterém leží vektory

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (2; -2; 1; -1; -3) \\ \vec{b} &= (3; -3; 4; -2; -2) \\ \vec{c} &= (-1; 1; 2; 0; 4) \\ \vec{d} &= (2; -1; 3; -1; 1) .\end{aligned}$$

Z daných vektorů vyberte jeho bázi a zbývající vektory запиšte pomocí této báze. Napište jeden další vektor, který v tomto podprostoru leží.

3. Zjistěte, zda vektory

$$\vec{a} = (-1, 4, 2, -5, 3), \quad \vec{b} = (1, 1, 0, 0, 4), \quad \vec{c} = (3, -5, -2, 8, -1)$$

jsou lineárně nezávislé a zjistěte, zda vektor $\vec{v} = (2, 1, 2, 1, 3)$ leží v podprostoru, jehož báze jsou vektory \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .