

Domácí úkol č. 3

Definice a věty

1. Zaveďte pojem rostoucí funkce.
2. Definujte $O_\varepsilon(a)$ a $P_\varepsilon(a)^+$.
3. Popište, co je myšleno pojmem *bod odstranitelné nespojivosti* a uveďte alespoň jeden příklad, kdy se o takový bod jedná a kdy ne.

Příklady

1. Nakreslete graf nějaké funkce f , která má $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $\mathcal{H}(f) = \langle -3, +\infty \rangle$, na intervalu $(-\infty, 0)$ roste, na intervalu $(0, \infty)$ roste a

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq f(0).$$
2. Vypočítejte následující limity a načrtněte podle výsledku graf funkce z příkladu (b) v okolí bodu, ve kterém jste limitu počítali.

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \arcsin \frac{\sqrt{9x^2 - 1}}{1 - 6x} \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{arctg} x}{\ln^2 x}$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\cos 2x} \quad (d) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x}.$$

3. Vypočtěte limity

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\ln x}.$$

4. Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 10 x e^{-x^2}.$$