

## Domácí úkol č. 4

## Definice a věty

1. Definujte pojem *derivace zleva*.
2. Vyslovte větu o existenci derivace v bodě s využitím jednostranných derivací. Vysvětlete proč neexistuje  $(|x|)'_{x=0}$ .
3. Je nějaká souvislost mezi existencí derivace funkce na intervalu a spojitostí dané funkce? Jestli ano, jaká?

## Příklady

1. Vypočtěte derivace

$$\left(\sqrt{\arcsin x^2}\right)', \quad \left(a^{\frac{x}{\sin x}}\right)', \quad \left(\arctan(x+2)^{\frac{1}{3}}\right)'$$

2. Vypočtěte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cos \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{tg} \frac{1}{x}.$$

3. Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln \frac{1-x}{1+x}.$$

4. Pomocí derivace dokažte, že funkce

$$f(x) = \operatorname{arccotg} x + \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}$$

je konstantní na každém z intervalu  $(-\infty, 0)$  a  $(0, \infty)$ . Určete její hodnoty na těchto intervalech.

5. Nakreslete graf nějaké spojitě funkce  $f(x)$ ,  $D(f) = (-1, \infty)$ , pro kterou platí:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1, \quad f(0) = -3,$$

$f'(x) < 0$  pro  $x \in (-1, 0)$ ,  $f'(x) > 0$  pro  $x \in (0, \infty)$ ,  $f'(0)$  neexistuje.

Najděte nejmenší a největší hodnoty této funkce. Určete infimum a supremum  $H(f)$ .