

**Domácí úkol č. 5**

**Pozn:** Prvních deset příkladů je méně náročných, než následných pět a je hodnoceno 5 body. Zbýlých pět příkladů je potom za bodů 10.

**Pozn:** Všechny odpovědi je nutné přehledně zdůvodnit.

**Pozn:** Doporučený čas pro řešení je **60 minut**. Řešení by mělo být provedeno bez využití jakýchkoliv pomůcek.

**Příklady**

1. Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\ln 2 + x}{2 + x^2}.$$

2. Nakreslete graf funkce

$$f(x) = -4^x.$$

3. Z kterých funkcí je funkce

$$f(x) = \frac{1}{\operatorname{arctg}(3 - x)}$$

složená?

4. Určete obor hodnot funkce

$$f(x) = |x| - 1.$$

Je tato funkce omezená?

5. Je funkce

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

sudá nebo lichá?

6. Najděte předpis pro inverzní funkci  $f^{-1}(x)$  k funkci

$$f(x) = 5 - 2^{x+1}.$$

Určete definiční obor a obor hodnot obou funkcí.

7. Nakreslete graf funkce  $f(x)$  definované na  $\mathbb{R}$ , která je lichá,  $f(1) = 0$  a  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$ .

8. Najděte derivaci funkce

$$f(x) = \sqrt[3]{x} + \cos(2x)$$

a určete  $D(f)$  a  $D(f')$ .

9. Vypočtěte  $f'(0)$  pro

$$f(x) = \frac{x}{2 - x}.$$

10. Graficky zjistěte, kolik má rovnice  $\ln x - \cos x = 0$  kořenů.

11. Existuje k funkci

$$f(x) = \sqrt{2 + 3^{-x}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

funkce inverzní? Jestli ano, určete  $D(f^{-1})$ .

12. Najděte lokální extrémů funkce

$$f(x) = x(3 - x^2).$$

13. Určete intervaly, na kterých je funkce

$$f(x) = \frac{e^x}{x + 1}$$

rostoucí, respektive klesající.

14. Spočtěte

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{3^{-x}} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln 2x}{1-2x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x^3} - |x| \right)$$

15. Nakreslete graf funkce

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} - 1 & x > 0. \end{cases}$$

Z obrázku rozhodněte, zda je funkce  $f(x)$  na svém definičním oboru spojitá a zda má v každém bodě definičního oboru derivaci.