

Domácí úkol č. 6

Pozn: Příklady 1.– 4. jsou hodnoceny 10 body, příklady 5.–8. jsou hodnoceny 15 body. Odpověď ANO (resp. NE) musí být **zdůvodněna**, jinak je hodnocena 0 body.

Pozn: Doporučený čas pro řešení je **60 minut**. Řešení by mělo být provedeno bez využití jakýchkoliv pomůcek.

Příklady

1. Určete definiční obor funkcí

$$(a) \quad f(x) = \frac{\sqrt{\ln x + 2}}{x - 1} \quad (b) \quad f(x) = \arcsin \frac{1}{x^2}.$$

2. Vypočítejte a zjednodušte první derivaci funkcí

$$(a) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln x} \quad (b) \quad f(x) = \operatorname{tge}^x.$$

3. Nakreslete graf nějaké funkce f , která má $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $\mathcal{H}(f) = (-\infty, 3)$, na intervalu $(-\infty, 0)$ klesá, na intervalu $(0, \infty)$ klesá a

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq f(0).$$

4. Určete intervaly, na kterých je funkce

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 12x - 8$$

rostoucí, resp. klesající.

5. Nakreslete graf funkce definované na $(-\infty, 1)$ předpisem

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt[3]{x}, & x \in (-\infty, 0) \\ 0, & x = 0 \\ 3 \ln x, & x \in (0, 1) \end{cases}$$

Z obrázku rozhodněte a zdůvodněte, zda k funkci f existuje funkce inverzní. Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě $(-8, 3)$.

6. Uvažujme prostou funkci

$$f(x) = \frac{1}{10^x + 5}.$$

Najděte funkční předpis a definiční obor inverzní funkce f^{-1} .

7. Určete definiční obor a najděte lokální extrémy funkce

$$f(x) = (x + 1) \ln(x + 1).$$

8. Vypočtěte

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x}{(x + 1)^2} \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg} x}{x - \frac{\pi}{2}} \quad (c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{7x}$$