

Domácí úkol č. 8

Definice a věty

1. Definujte neurčitý integrál
2. Vyslovte větu o existenci primitivní funkce.
3. Odvoďte vzorec pro integraci *per partes*.
4. Zaveďte pojem k -násobný kořen polynomu $P(x)$.

Příklady

1. Zjistěte, zda $\langle -1, 0 \rangle$ je separační interval pro řešení rovnice

$$e^x = -x.$$

Pokud ano, vypočtěte jednu iteraci Newtonovou metodou. Kolik řešení má daná rovnice (zjistěte graficky).

2. Vypočtěte integrály (u neurčitého integrálu stanovte definiční obor integrované funkce)

$$(a) \quad \int \sqrt{x} \ln x^2 \, dx, \quad (b) \quad \int \frac{1+x}{x^3-x} \, dx.$$

3. Ověřte, že funkce

$$F(x) = \operatorname{arctg} \frac{2}{x} \quad \text{a} \quad G(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x}{2}$$

pro $x \in (-\infty; 0)$ jsou primitivní funkce ke stejné funkci $f(x)$. Určete rozdíl $F(x) - G(x)$.

4. Určete konstanty a, b, c tak, aby pro $x \in (0; \infty)$ byla funkce

$$F(x) = \ln(x^2 + x) + \frac{3}{x+1}$$

primitivní k funkci

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x(x+1)^2}.$$

5. Vypočtěte integrály (u neurčitého integrálu stanovte definiční obor integrované funkce)

$$(a) \quad \int \frac{(2^x - 3^x)^2}{6^x} \, dx, \quad (b) \quad \int a^x \left(1 + \frac{a^{-x}}{\sqrt{x^3}} \right) \, dx.$$